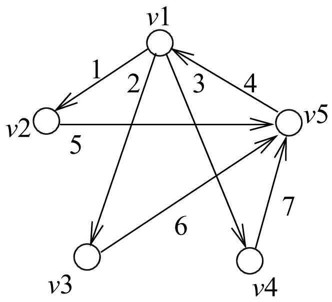
離散数学・練習プリント (2012.7/9)　学籍番号:　　　　　　氏名:

※有向グラフの接続行列は，始点 i と辺 j に対する i 行 j 列の要素に 1，終点 i と辺 j に対する i 行 j 列の要素に–1 をとるものとする．

1. グラフを見て，接続行列 I，および，隣接行列 A を作成せよ．

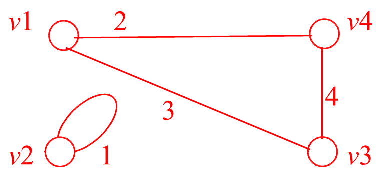


$$I = \begin{array}{c} \\ v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$A = \begin{array}{c} \\ v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} v1 & v2 & v3 & v4 & v5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

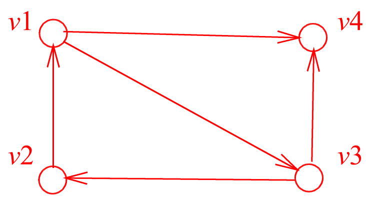
2. 接続行列を見て，無向グラフを描きなさい．

$$I = \begin{array}{c} \\ v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$



3. 隣接行列を見て，有向グラフを描きなさい．

$$A = \begin{array}{c} \\ v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} v1 & v2 & v3 & v4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$



4. 次の有向グラフ G にて，頂点 $v1$ から頂点 $v3$ までの長さ 6 のウォークの数を求めなさい．

$\boldsymbol{G} = (\boldsymbol{V}, \boldsymbol{E})$, $\boldsymbol{V} = \{v1, v2, v3, v4\}$, $\boldsymbol{E} = \{(v1, v2), (v2, v2), (v2, v3), (v3, v1), (v3, v3), (v3, v4), (v4, v3)\}$

16 通り

$$A = \begin{array}{c} \\ v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} v1 & v2 & v3 & v4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 8 & 4 \\ 4 & 4 & 8 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 8 & 4 \\ 4 & 4 & 8 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 8 & 4 \\ 8 & 8 & 16 & 8 \\ 8 & 8 & 16 & 8 \\ 4 & 4 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 4 & 8 & 4 \\ 8 & 8 & 16 & 8 \\ 8 & 8 & 16 & 8 \\ 4 & 4 & 8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 16 & 8 \\ 16 & 16 & 32 & 16 \\ 16 & 16 & 32 & 16 \\ 8 & 8 & 16 & 8 \end{pmatrix}$$