

**問 1.** 全体集合を  $\{a, b, c, d, e, f, g\}$  とするとき、次の集合を計算せよ。

なお、 $P(A)$  は集合  $A$  のべき集合とし、 $|A|$  は集合  $A$  の要素数とする。

(1)  $\{a, b, c\} \cap \{b, c, d\}$

(2)  $\{a, b, c\} \cup \{b, c, d\}$

(3)  $\{a, b, c\}^c \cap \{b, c, d\}^c$

(4)  $(\{a, b, c\} \cap \{b, c, d\})^c$

(5)  $\{a, b, c\} \oplus \{b, c, d\}$

(6)  $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$  とする。  
 $(A \cup B) \cap A$

(7)  $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}, C = \{d, e, f\}$  とする。  
 $(A \cap B) \cup (B \cap C^c) \cup (B^c \cap C)$

(8)  $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}, C = \{c, d, e, f\}$  とする。  
 $(A \cap B \cap C)^c \cup ((A \cap B)^c \cap (A \cap C)^c)$

(9)  $P(\{a, b, c\})$

(10)  $|\{a, b, c\}|$

(11)  $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$  とする。  
 $|A \cup B|$

(12)  $|P(\{a, b, c\})|$

(13)  $\sum_{S \in P(\{a, b, c\})} |S|$

(14)  $\{a, b, c\} \times \{b, c, d\}$

**問 2.** ジャンケンの手の集合を  $J = \{\text{グー}, \text{チョキ}, \text{パー}\}$  とする。

(1) 2人でジャンケンをする際、出される手の組の集合を式で表せ。

(2) 2人でジャンケンし、 $a$ が $b$ に勝つ関係を $W$ とし、 $(a, b) \in W$ とする。グーはチョキに勝ち、チョキはパーに勝ち、パーはグーに勝つとする。 $W$ の定義を示せ。

(3) 2人でジャンケンをする際、アイコの関係 $E$ を表したい。

(3-1)  $E$ を外延的定義で表せ。

(3-2)  $E$ を内包的定義で表せ。

(4) グーは1歩進み、チョキは2歩進み、そして、パーは5歩進むことにする。歩数は0以上の整数の集合 $N$ とする。こうした手に対する進む歩数を表す関数を $f$ とする。

(4-1)  $f: J \rightarrow N$  とするとき、 $f$ の関数表を示せ。

(4-2)  $f$ は、「単射、全射、全単射、いずれでもない」のどれになるか述べよ。

(5)  $a$ が $b$ に勝つとき $a$ の手に対する歩数だけ $a$ が進み、 $a$ と $b$ がアイコるとき $b$ の手に対する歩数だけ $b$ が進むことにする。

2人のジャンケンの手の組に対する $a$ の歩数を表す関数を $g$ 、同じく $b$ の歩数を表す関数を $h$ とする。すなわち、 $g: J \times J \rightarrow N$ であり、 $h: J \times J \rightarrow N$ である。次に示す $g$ の式を参考に、 $h$ の式を作成せよ。ただし、 $a$ と $b$ の手をそれぞれ $ja, jb \in J$ とする。

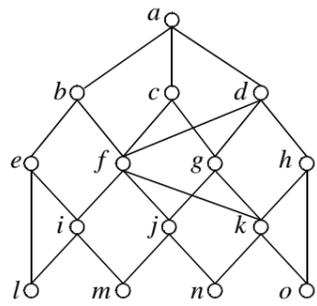
$$g(ja, jb) = \begin{cases} f(ja) & (ja, jb) \in W \text{ のとき} \\ 0 & (ja, jb) \notin W \text{ のとき} \end{cases}$$

$$h(ja, jb) =$$

(6) 番目 $n$ と $a$ と $b$ によるジャンケンの手の3つ組の系列を $L$ とし、 $L = \{(n, ja, jb) \mid n \in N, ja \in J, jb \in J\}$ とする。 $L$ を入力し、 $a$ と $b$ の歩数の差を表す関数 $p$ の式を作成せよ。なお、 $a$ の歩数が多い場合を正とする。

(7)  $L = \{(1, \text{グー}, \text{チョキ}), (2, \text{グー}, \text{グー}), (3, \text{パー}, \text{チョキ}), (4, \text{チョキ}, \text{パー}), (5, \text{パー}, \text{パー}), (6, \text{グー}, \text{グー})\}$  のとき、 $p(L)$ を示せ。

**問3.** 集合  $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o\}$  の半順序関係  $R$  のハッセ図が次のとおりであるとする。順序集合  $(X, R)$  と  $U \subseteq X$  について各問に答えよ。



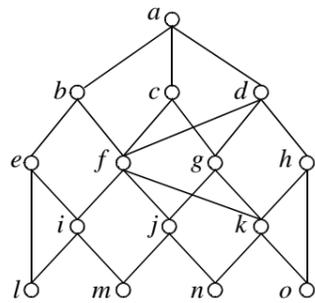
- (1)  $U = \{c, f, g\}$  とする。  
 (1-1)  $U$  の上界を述べよ。  
 (1-2)  $U$  の下界を述べよ。  
 (1-3)  $U$  の最大元を述べよ。  
 (1-4)  $U$  の最小元を述べよ。  
 (1-5)  $U$  の極大元を述べよ。  
 (1-6)  $U$  の極小元を述べよ。  
 (1-7)  $U$  の上限を述べよ。  
 (1-8)  $U$  の下限を述べよ。

- (2)  $U = \{d, f, g, h, k\}$  とする。  
 (2-1)  $U$  の上界を述べよ。  
 (2-2)  $U$  の下界を述べよ。  
 (2-3)  $U$  の最大元を述べよ。  
 (2-4)  $U$  の最小元を述べよ。  
 (2-5)  $U$  の極大元を述べよ。  
 (2-6)  $U$  の極小元を述べよ。  
 (2-7)  $U$  の上限を述べよ。  
 (2-8)  $U$  の下限を述べよ。

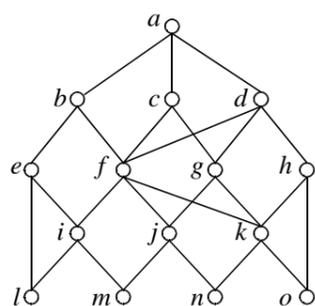
(3) 次の条件を全て満たす集合  $U$  を求めよ。

- (3-1)  
 •  $U \subseteq X$   
 •  $U$  の上界は  $\{a, c, d\}$  である。  
 •  $U$  の下界は  $\{n\}$  である。  
 •  $U$  の最大元は無い。  
 •  $U$  の最小元は無い。  
 •  $U$  の極大元は  $\{f, g\}$  である。  
 •  $U$  の極小元は  $\{j, k\}$  である。  
 •  $U$  の上限は無い。  
 •  $U$  の下限は  $\{n\}$  である。

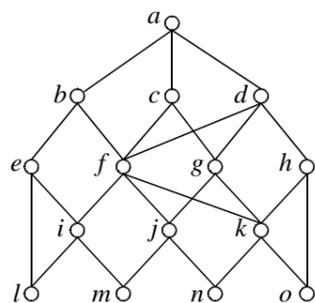
- (3-2)  
 •  $U \subseteq X$   
 •  $d \notin U$   
 •  $|U| = 4$   
 •  $U$  の上界は  $\{a\}$   
 •  $U$  の下界は  $\{m\}$



(メモ用)



(メモ用)



(メモ用)

**問4.** 人のデータベース  $V$  を作成したい。データベースの1単位は、名前と番号と性別の3つ組とする。すなわち、 $V \subseteq N \times M \times S$  である。ここで、 $N$  は名前の集合  $\{\text{ミク, リン, レン, ルカ, KAITO, MEIKO}\}$ 、 $M$  は番号の集合  $\{00, 01, 02, 03, \text{不明}\}$ 、 $S$  は性別の集合  $\{\text{男, 女}\}$  とする。次の情報を元に  $V$  を示せ。

- ミクの番号は01である。
  - リンは女である。
  - リンとレンの番号は同じである。
  - KAITO の番号は最も小さい。
  - ルカの番号は最も大きい。
  - 関数  $g: N \rightarrow M$  は、全射であるが、単射でない。
  - $|\{v \in V, (n, \text{不明}, s) = v, n \in N, s \in S\}| = 1$
  - $|V \cap N \times M \times \{\text{女}\}| = 4$
  - $|\{v \in V, (n, m, \text{男}) = v, n \in N, m \in M, E(m)\}| = 2$
- ここで、 $E(x)$  は、 $x$  が偶数の際に真となり、それ以外は偽となる命題関数である。

**問5.** 文書を表す集合  $D$  は、単語とその出現番目のペアを要素とする。単語の集合を  $W$ 、出現番目 (1以上の整数) の集合を  $N$  とすると、 $D \subseteq W \times N$  となる。下記の3つの原文  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) を全て小文字化して集合にしたものを  $D_i$  とする (ピリオドとコンマは無視する。スペース区切りで単語とみなす)。

原文1: Nageiredo Hall was built on a cliff at an altitude of 520 meters more than 1300 years ago as a training site for Buddhist monks. It remains a mystery how this building was constructed.

原文2: Tottori is Japan's largest producer and exporter of the Nijisseiki Pear. Large scale orchards are located throughout the prefecture, and in autumn, visitors can pick the choicest fruit and eat it on the spot.

原文3: This museum is dedicated to Tottori's symbolic fruit, the Nijisseiki Pear. Tottori Prefecture produces more of these pears than anywhere else in Japan and has expanded its market overseas.

※鳥取県観光情報ホームページより引用。出題用に一部変更。

- (1) 次の集合演算を計算せよ。  
 (1-1)  $D_1 \cap \{(w, 5) \mid w \in W\} =$   
 (1-2)  $D_2 \cap \{(and, n) \mid n \in N\} =$   
 (1-3)  $\{w \mid n \in N, (is, n-1) \in D_3, (w, n) \in D_3\} =$

(2) 次の関数  $g$  はどのような働きがあるか。関数  $f$  を参考に答えよ。

$$f: D \rightarrow W$$

$$f(D) = \{w \in W \mid (w, x) \in D\}$$

$f$  は、 $D$  に含まれる単語の集合を返す関数である。重複は無視される。

$$g: D \times D \rightarrow W$$

$$g(D_a, D_b) = \{w \in W \mid (w, x) \in D_a, (w, y) \in D_b\}$$

(3) 次の関数の値を示せ。

$$(3-1) g(D_1, D_2) =$$

$$(3-2) g(D_1, D_3) =$$

$$(3-3) g(D_2, D_3) =$$

(4) 関数  $d$  を次のとおり定義するとき、各問の式を計算せよ。小数第3位までの概数で示せ。

$$d(D_a, D_b) = 2 \mid g(D_a, D_b) \mid / (|f(D_a)| + |f(D_b)|)$$

$$(4-1) d(D_1, D_2) =$$

$$(4-2) d(D_1, D_3) =$$

$$(4-3) d(D_2, D_3) =$$