離散数学・演習問題　学籍番号：　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　点数：

※ 真偽は，T と F と書くことにせよ．

問 1. 記号論理式を簡単な連言標準形にせよ．

(1) $(A \wedge B) \vee A \Leftrightarrow$

(2) $(A \vee B) \wedge A \Leftrightarrow$

(3) $(\neg A \wedge B) \vee A \Leftrightarrow$

(4) $(\neg A \vee B) \wedge A \Leftrightarrow$

(5) $(A \wedge B) \vee (A \vee B) \Leftrightarrow$

(6) $(A \wedge B) \vee A \vee (A \wedge C) \Leftrightarrow$

(7) $\neg(\neg(A \vee B) \vee (C \wedge D)) \wedge C \Leftrightarrow$

(9) $(P \to Q) \Leftrightarrow$

(10) $\neg(P \to \neg Q) \Leftrightarrow$

(11) $(P \to Q) \vee P \Leftrightarrow$

(12) $(P \to Q) \wedge P \Leftrightarrow$

(13) $(P \to Q) \vee Q \Leftrightarrow$

(14) $(P \to Q) \wedge Q \Leftrightarrow$

(15) $(P \to \neg Q) \wedge Q \Leftrightarrow$

(16) $\{\neg(P \to Q) \vee \neg(P \to R)\} \wedge P$
$\Leftrightarrow$

問 2. 記号論理式の真理値表を作成せよ．

(1) $A \wedge (\neg A \vee B)$

A	B	$\neg A$	$\neg A \vee B$	$A \wedge (\neg A \vee B)$

(2) $(P \to Q) \wedge (Q \to R)$

P	Q	R	$(P \to Q)$	$(Q \to R)$	$(P \to Q) \wedge (Q \to R)$

(3) $(P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R) \vee (Q \to R)$

P	Q	R	$(P \wedge \neg Q)$	$(P \wedge R)$	$(Q \to R)$	$(P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R) \vee (Q \to R)$

問 3. 意味の木を作成し，論理式が，恒真，恒偽，恒真ではないが充足可能であるかを述べよ．

(1) $\{(A \to B) \wedge (B \to A)\} \leftrightarrow (A \leftrightarrow B)$

(2) $(A \to B) \wedge (\neg B \to A)$

離散数学・演習問題　学籍番号：　　　　　　　　　　　氏名：　　　　　　　　　　　　　　　　　　　点数：

問 4. 推論図を作成することで，論理式が恒真であることを示せ.

(1) $A \to [(B \to C) \to \{(A \to B) \to C\}]$

(2) $(A \to B) \to \{(C \to A) \to (C \to B)\}$

問 5. 集合 $X = \{\ a, b, c, d\ \}$ とする．2 項関係 $R_0\ (\subseteq X^2) = \{\ (a, a), (a, b), (a, c), (b, c), (c, d)\ \}$ とする．ここで，論理式 $P(x, y) = x\ R_0\ y$ は，x と y が R_0 の関係であるならば真となり，そうでなければ偽となるものとする．さらに，R を R_0 の推移閉包とする．$P(x, y)$と同様に論理式 $Q(x, y) = x\ R\ y$ とする．

(1) 次の論理式の真偽を述べよ．また，その理由を述べよ．

(1-1) $\forall x{\in}X\ \forall y{\in}X\ P(x, y)$

(1-2) $\forall x{\in}X\ \exists y{\in}X\ P(x, y)$

(1-3) $\exists x{\in}X\ \forall y{\in}X\ P(x, y)$

(1-4) $\exists x{\in}X\ \exists y{\in}X\ P(x, y)$

(2) R の外延的定義を示せ.

(3) 次の論理式の真偽を述べよ．また，その理由を述べよ．

(3-1) $\forall x{\in}X\ \forall y{\in}X\ Q(x, y)$

(3-2) $\forall x{\in}X\ \exists y{\in}X\ Q(x, y)$

(3-3) $\exists x{\in}X\ \forall y{\in}X\ Q(x, y)$

(3-4) $\exists x{\in}X\ \exists y{\in}X\ Q(x, y)$

(4)次の論理式の真偽を述べよ．また，その理由を述べよ．

(4-1) $\forall y{\in}X\ (\ Q(a, y) \to P(a, y)\ )$

(4-2) $\forall y{\in}X\ (\ Q(b, y) \to P(b, y)\ )$

(4-3) $\forall x{\in}X\ \forall y{\in}X\ (\ Q(x, y) \to P(x, y)\ )$

(4-4) $\forall x{\in}X\ \forall y{\in}X\ (\ P(x, y) \to Q(x, y)\ )$

問 6. 次の事実から，論理的帰結を考えてみよう．

扉が 3 つある．3 つの扉は次のように設計されている．

事実 1: 左の扉が開くならば右の扉が開く．

事実 2: 真ん中の扉が開かないことと右の扉が開かないことは同値である．

事実 3: 金の鍵を使うと左の扉が開く．

事実 4: 銀の鍵を使うと真ん中の扉が開く．

事実 5: 銅の鍵を使っても右の扉は開かない．

(1) 事実 1 から事実 5 を命題論理式で表せ．

(2) 3 つの扉が閉まっている．その後，次の勇者が開けた扉を述べよ．

(2-1) 金の鍵だけを持っている勇者：

(2-2) 銀の鍵だけを持っている勇者：

(2-3) 銅の鍵だけを持っている勇者：